Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
Ispit

12. veljače 2015.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i}+c_2\vec{j}+c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$, te formulu za mješoviti produkt vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$. (3 boda)

(ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{b} = -\vec{j} + 3\vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} - \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

(ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 3 \\ 3x + y - z &= 2 \\ x - 2y + 3z &= 6. \quad \text{(1 bod)} \end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1}. (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \ln(x-1)$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \ln(x-1)$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - x$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $\sqrt[3]{5+\sqrt{9.01}}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = -(x+2)(x-3)$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 2$ i predočite tu tangentu te graf funkcije $f(x)$. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (4 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije općenite funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski. (3 boda)

(iii) Zadana je funkcija $f(x) = (x^2 - x)(x^2 + x)$. Precizno nacrtajte graf te funkcije i na njemu označite nultočke, točke lokalnih ekstrema i točke infleksije. (3 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

Matematika 1
Ispit

12. veljače 2015.

2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:
Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	**ukupno**

1. Zadani su vektori: $\vec{a} = \vec{j} + (5+x)\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

   (i) Odredite realan broj x za koji su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanarni, to jest, linearno zavisni. (5 bodova)

   (ii) Za taj x izrazite vektor $\vec{a}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$. (5 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = -15\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{3}\vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor $\vec{j}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-2}{x^2-4}$.

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (3 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (2 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-x+1}{e^{-2x}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) njene nultočke, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (4 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)